高等数学（二）复习资料

A卷

一．　选择题：（共计15分，每题3分）

1. 设 $f(x,y)=\ln[x(1+\frac{2}{y})]$,则$\frac{\partial f}{\partial y}\Big|_{x=1,y=1}=$　　（　**A**　）

A．$-\frac{2}{3}$　；　B．$\frac{2}{3}$　；　C．$-\frac{3}{2}$　；　D．$\frac{3}{2}$　；

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{1}{x(1+\frac{2}{y})}\cdot x(1-\frac{2}{y^2})=-\frac{2}{y(y+2)}\quad\therefore\ \frac{\partial f}{\partial y}\Big|_{x=1,y=1}=-\frac{2}{3};$$

2. 设$F(x,y)=xy+2\ln x+3\ln y-1\equiv 0$,则$y'=$　　（　**A**　）

A．$-\frac{y(xy+2)}{x(xy+3)}$　；　B．$-\frac{x(xy+2)}{y(xy+3)}$　；　C．$-\frac{x(xy+3)}{y(xy+2)}$　；

D．$-\frac{y(xy+3)}{x(xy+2)}$　；

$$xy+2\ln x+3\ln y-1\equiv 0$$

两边对x求导:

$$y+xy'+\frac{2}{x}+\frac{3}{y}y'=0\Rightarrow(x+\frac{3}{y})y'=-(y+\frac{2}{x})\Rightarrow y'=-\frac{y+\frac{2}{x}}{x+\frac{3}{y}}=-\frac{y(xy+2)}{x(xy+3)}$$

3. 设$z=\frac{x+y}{x-y}$,则$dz=$　　（　**D**　）

A．$\frac{2}{(x-y)^2}(xdx-ydy)$　；　B．$\frac{2}{(x-y)^2}(xdy+ydx)$　；

C．$-\frac{2}{(x-y)^2}(xdx+ydy)$　；　D．$\frac{2}{(x-y)^2}(xdy-ydx)$　；

$$z=\frac{x+y}{x-y}=1+\frac{2y}{x-y}\quad;\quad \frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{2y}{(x-y)^2}\quad;\quad \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{2(x-y)-2y(-1)}{(x-y)^2}=\frac{2x}{(x-y)^2}$$

$$\text{则} dz=-\frac{2y}{(x-y)^2}dx+\frac{2x}{(x-y)^2}dy=\frac{2}{(x-y)^2}(xdy-ydx)$$

;

4. 设 $z=\sin^2(ax+by)$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$ （ **B** ）

A. $2a^2\cos 2(ax+by)$ ； B. $2ab\cos 2(ax+by)$ ；

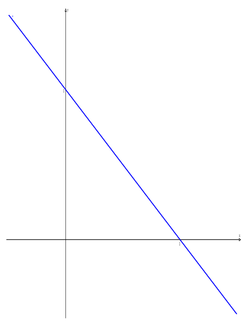
C. $2b^2\cos 2(ax+by)$ ； D. $2ab\sin 2(ax+by)$ ；

$$\frac{\partial z}{\partial x}=2\sin(ax+by)\cos(ax+by)\cdot a=a\sin 2(ax+by)$$
$$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=a\cos 2(ax+by)\cdot 2b=2ab\cos 2(ax+by)$$
；

5. 设 D 是由 X 轴，Y 轴与直线 $x+y=1$ 围成的三角形区域，则 $\iint\limits_D xydxdy=$ （ **A** ）

A. $\frac{1}{24}$ ； B. $\frac{1}{12}$ ； C. $\frac{1}{8}$ ；

D. $\frac{1}{4}$ ；



$0\le x\le 1 \qquad 0\le y\le 1-x$

$$\iint\limits_D xydxdy=\int_0^1 dx\int_0^{1-x}(xy)dy=\int_0^1 dx(\frac{1}{2}xy^2)\Big|_0^{1-x}=\frac{1}{2}\int_0^1[x(1-x)^2dx=\frac{1}{2}\int_0^1(x^3-2x^2+x)dx$$
$$=\frac{1}{2}(\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1=\frac{1}{2}(\frac{1}{4}-\frac{2}{3}+\frac{1}{2})=\frac{1}{24}$$

二． 填空题：（共计 30 分，每题 3 分）：

6. 求 函 数 ： $z=x\sin(x^2+y)$ 的 偏 导 数 ：

$\frac{\partial z}{\partial x}=$________________ ； $\frac{\partial z}{\partial y}=$________________ ；

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\sin(x^2+y)+x\cos(x^2+y)\cdot 2x=\sin(x^2+y)+2x^2\cos(x^2+y) \quad ;$$

；

$$\frac{\partial f}{\partial y}=x\cos(x^2+y)$$

7. 设 $z=(1+xy)^y$，则 $\frac{\partial z}{\partial y}\Big|_{x=1,y=1}=$______________________；

$$\ln z=y\ln(1+xy) \qquad \frac{1}{z}\cdot\frac{\partial z}{\partial y}=\ln(1+xy)+\frac{xy}{1+xy} \qquad \therefore \frac{\partial z}{\partial y}=(1+xy)^y[\ln(1+xy)+\frac{xy}{1+xy}]$$

则 $\frac{\partial z}{\partial y}\Big|_{x=1,y=1}=(1+1)^1[\ln(1+1)+\frac{1}{1+1}]=2(\ln 2+\frac{1}{2})=1+2\ln 2$

；

8. 求： $z=x\ln(x+y)$ 的二阶偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=$___________________ ：

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\ln(x+y)+\frac{x}{x+y} \quad ; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{1}{x+y}+\frac{y}{(x+y)^2}=\frac{x+2y}{(x+y)^2};$$

9. 函数

$f(x,y)=4(x-y)-x^2-y^2$，的极大值点为_______________________；

$$f'_x(x,y)=4-2x=0 \quad ; \quad f'_y(x,y)=-4-2y=0 \Rightarrow \text{得驻点:}(2,-2)$$

$$f''_{xx}=-2=A \quad f''_{xy}=0=B \quad f''_{yy}=-2=C \quad \Rightarrow B^2-AC=0-4=-4<0$$

$\therefore$ 驻点:$(2,-2)$为极大值点；

；

10. 函数 $z=2xy-3x^2-2y^2+20$ 的极__________值

是________________________；

$$f'_x(x,y)=2y-6x=0 \quad ; \quad f'_y(x,y)=2x-4y=0 \Rightarrow \text{得驻点:}(0,0)$$

$$f''_{xx}=-6=A \quad f''_{xy}=2=B \quad f''_{yy}=-4=C \quad \Rightarrow B^2-AC=4-24=-20<0$$

$\therefore$ 驻点:$(0,0)$为极大值点；极大值为：$z\big|_{(0,0)}=20$;

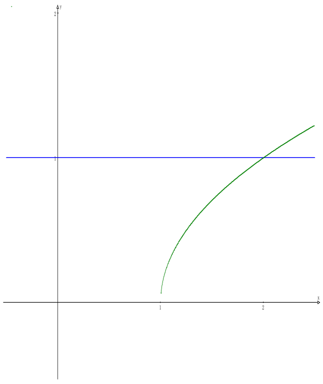
；

11. 设$D:0\le x\le 1$ ； $0\le y\le 2$，则$\iint\limits_D xydxdy=$________________；

$$\iint\limits_D xydxdy=\int_0^1 dx\int_0^2 xydy=\int_0^1 dx(\frac{1}{2}xy^2)\Big|_0^2=\frac{1}{2}\int_0^1 4xdx=x^2\Big|_0^1=1$$ ；

12. 设$\iint\limits_D ydxdy$；其中D是由抛物线$x=y^2+1$直线$x=0,y=0$与$y=1$所围成的区域，

则二重积分$\iint\limits_D ydxdy=$______________________；



$$\iint\limits_D ydxdy=\int_0^1 dy\int_0^{y^2+1} ydx=\int_0^1 yx\Big|_0^{y^2+1}dy=\int_0^1 y(y^2+1)dy=(\frac{1}{4}y^4+\frac{1}{2}y^2)\Big|_0^1=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$$

13. 微分方程$x\frac{dy}{dx}-y\ln y=0$的通解为____；

$$\frac{dy}{y\ln y}=\frac{1}{x}dx \quad\Rightarrow\quad \int\frac{dy}{y\ln y}=\int\frac{1}{x}dx \quad\Rightarrow\quad \ln|\ln y|=\ln|x|+\ln C$$

$$\Rightarrow \ln y=Cx \quad\Rightarrow\quad y=e^{Cx}$$

14. 微分方程$xy'+y=x^3$的通解为____；

$$xy'+y=x^3 \quad \Rightarrow \quad y'+\frac{1}{x}y=x^2$$

$$P(x)=\frac{1}{x} \quad Q(x)=x^2$$

$$y=e^{-\int P(x)dx}[\int Q(x)\cdot e^{\int P(x)dx}dx+C]=e^{-\int\frac{1}{x}dx}[\int x^2\cdot e^{\int\frac{1}{x}dx}dx+C]=e^{-\ln x}(\int x^3dx+C)$$

$$=\frac{1}{x}(\frac{1}{4}x^4+C)=\frac{1}{4}x^3+\frac{C}{x}$$

15. 微分方程 $y''+y'=0$ 的通解为 $\underline{y=C_1+C_2e^{-x}}$；

特征方程：$r^2+r=0$　特征根：$r_1=0$　$r_2=-1$

$\therefore$ 通解：$y=C_1+C_2e^{-x}$

三．解答题：（共计 55 分）

16．（本题 6 分）设 $z=\frac{y-x}{x+y}\ln\frac{y}{x}$ ，求：$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}$；

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{-(x+y)-(y-x)}{(x+y)^2}\ln\frac{y}{x}+\frac{y-x}{x+y}\cdot\frac{y}{x}\cdot(-\frac{y}{x^2})=\frac{-2y}{(x+y)^2}\ln\frac{y}{x}-\frac{y-x}{x(x+y)}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{(x+y)-(y-x)}{(x+y)^2}\ln\frac{y}{x}+\frac{y-x}{x+y}\cdot\frac{y}{x}\cdot\frac{1}{x}=\frac{2x}{(x+y)^2}\ln\frac{y}{x}+\frac{y-x}{y(x+y)}$$

$$\therefore \quad x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{-2xy}{(x+y)^2}\ln\frac{y}{x}-\frac{y-x}{x+y}+\frac{2xy}{(x+y)^2}\ln\frac{y}{x}+\frac{y-x}{x+y}=0$$

17.（本题 6 分）设：$z=x\ln(x+y^2)$，求：dz；

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\ln(x+y^2)+\frac{x}{x+y^2} \quad ; \quad \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{2xy}{x+y^2}$$

$$\therefore \quad dz=\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy=[\ln(x+y^2)+\frac{x}{x+y^2}]dx+\frac{2xy}{x+y^2}dy$$

解下列微分方程

18.（本题 6 分）$xy'-y\ln y=0$；

$$\frac{dy}{y\ln y}=\frac{1}{x}dx\Rightarrow\int\frac{dy}{y\ln y}=\int\frac{1}{x}dx\Rightarrow\ln|\ln y|=\ln|x|+\ln C\Rightarrow\ln y=Cx\Rightarrow y=e^{Cx}$$

19.（本题 6 分） $2x\sin ydx+(x^2+1)\cos ydy=0$ ；$y\Big|_{x=1}=\frac{\pi}{6}$；

$$\frac{\cos y}{\sin y}dy=-\frac{2x}{x^2+1}dx\Rightarrow\int\frac{\cos y}{\sin y}dy=-\int\frac{2x}{x^2+1}dx\Rightarrow\ln\sin y=-\ln(x^2+1)+\ln C$$

$\Rightarrow(x^2+1)\sin y=C$ 初始条件：$\begin{cases}x=1\\y=\frac{\pi}{6}\end{cases}$ 代入 $\Rightarrow C=1$

∴ 满足初始条件之特解为：$(x^2+1)\sin y=1$

20. （本题 6 分） $y'+y=e^{-x}$；$y\big|_{x=0}=5$；

$\mathrm{P}(x)=1\quad Q(x)=e^{-x}$

$y=e^{-\int P(x)dx}[\int Q(x)\cdot e^{\int P(x)dx}dx+C]$

$y=e^{-\int dx}[\int e^{-x}\cdot e^{\int dx}dx+C]=e^{-x}[\int e^{-x}\cdot e^{x}dx+C]=e^{-x}[\int dx+C]=e^{-x}(x+C)$

$y\big|_{x=0}=5$ 代入：$e^0(0+C)=5\Rightarrow C=5$

∴ 特解：$y=e^{-x}(x+5)$

21. （本题 6 分） $4y''-4y'+y=0$ ； $y\big|_{x=0}=1$ ； $y'\big|_{x=0}=2$；

特征方程：$4r^2-4r+1=0$ 特征根： $r_1=r_2=r=\frac{1}{2}$

∴ 通解： $y=(C_1+C_2x)e^{\frac{x}{2}}$

求通解的一阶导数：

$$y'=C_2e^{\frac{x}{2}}+\frac{1}{2}(C_1+C_2x)e^{\frac{x}{2}}=\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}(C_1+2C_2+C_2x)$$

$y\big|_{x=0}=1$ ； $y'\big|_{x=0}=2$ 分别代入 $y=(C_1+C_2x)e^{\frac{x}{2}}$ 和

$y'=\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}(C_1+2C_2+C_2x)$ 中

$C_1 = 1$ ； $C_2 = \dfrac{3}{2}$

则：满足初值条件的特解为： $y = (1+\dfrac{3}{2}x)e^{\frac{x}{2}}$ ；

22. （本题 6 分）求函数 $f(x,y) = \dfrac{1}{2}x^2 - 4xy + 9y^2 + 3x - 14y + \dfrac{1}{2}$ 的极值；

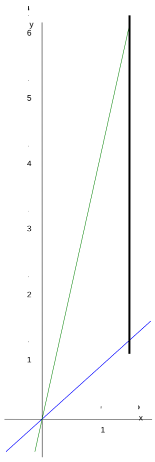
$f_x'(x,y) = x - 4y = 0$ ；

$f_y'(x,y) = -4x + 18y - 14 = 0 \Rightarrow$ 得驻点:(1,1)

$A = f_{xx}'' = 1 > 0 \quad B = f_{xy}'' = -4 \quad C = f_{yy}'' = 18 \quad \Rightarrow B^2 - AC = (-4)^2 - 18 = -2 < 0$

$\therefore$ 驻点:(1,1)为极小值点；极小值为： $f(1,1) = \dfrac{1}{2} - 4 + 9 + 3 - 14 + \dfrac{1}{2} = -5$ ；

23. （本题 6 分） $\iint\limits_D (x+6y)dxdy$ ； 其中 D 是由直线 $y = x, y = 5x$ 与 $x = 1$ 所围成的区域；



$D: 0 \le x \le 1$ ； $x \le y \le 5x$

$$\iint\limits_D (x+6y)dxdy = \int_0^1 dx\int_x^{5x}(x+6y)dy = \int_0^1 (xy+3y^2)\Big|_x^{5x} dx = \int_0^1 [(5x^2+75x^2)-(x^2+3x^2)]dx$$

$$= 76\int_0^1 x^2 dx = \frac{76}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{76}{3}$$

；

24. (本题 7 分)计算由椭圆抛物面$z=x^2+y^2$，三个坐标面和平面$x+y=1$所围成的立体体积；

$$\iint_D (x^2+y^2)dxdy=\int_0^1 dy\int_0^{1-y}(x^2+y^2)dx=\int_0^1(\frac{1}{3}x^3+y^2x)\Big|_0^{1-y}dy$$

$$=\int_0^1(\frac{1}{3}(1-y)^3+y^2(1-y))dy=(-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}(1-y)^4+\frac{1}{3}y^3-\frac{1}{4}y^4)\Big|_0^1\ ;$$

$$=-\frac{1}{12}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$$

B 卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1、函数$y = x^3 - x^2 + sinx$的导数为（ C ）

A. $3x^3 - 2x^2 + cosx$　　B. $3x^2 - 2x - cosx$

C. $3x^2 - 2x + cosx$　　D. $3x^2 - x - cosx$

2、函数$y = sin(4x + 1)$的微分dy为（ A ）

A. $4cos(4x + 1)dx$　　B. $4sin(4x + 1)dx$

C. $4cos(x + 1)dx$　　D. $4sin(x + 1)dx$

3、函$z = x^2 + 3xy + y$在点（1,2）处的偏导数为（ D ）

A. $z_x(1,2) = 7, z_y(1,2) = 6$　　B. $z_x(1,2) = 9, z_y(1,2) = 5$

C. $z_x(1,2) = 5, z_y(1,2) = 6$　　D. $z_x(1,2) = 8, z_y(1,2) = 4$

4、函数$z = e^{xy}$的在点（2,1）的全微分dz为（ C ）

A. $e^2(dx + 2dy)$　　B. $e^2(2dx + 2dy)$

C. $e^2(2dx + dy)$　　D. $e^2(dx + dy)$

5、函数$\int \frac{dx}{x}$的积分为（ D ）

A. $\frac{1}{x}$　　B. $\ln(x)$

C. $\frac{1}{x} + C$　　D. $\ln(x) + C$

6、函数$2.01^{3.02}$的近似值为（ B ）

A. 8.2308　　B. 8.2309

C. 8.231　　D. 8.2311

7、函数$\int sinxdx$的积分为（ C ）

A．$cosx$　　　　　　　　　　B．$-sinx$

C．$-cosx+C$　　　　　　　　　D．$-sinx+C$

8、函数$\int e^x sinxdx$的积分为（　A　）

A．$\frac{1}{2}e^x(sinx-cosx)+C$　　　　　　B．$\frac{1}{2}e^x(sinx+cosx)+C$

C．$\frac{1}{2}e^x(cosx-sinx)+C$　　　　　　D．$\frac{1}{2}e^x(sinx\cdot cosx)+C$

9、函数$\int_0^1 \ln(1-x)dx$ 的定积分为（　D　）

A．-2　　　　　　　　　　B．0

C．2　　　　　　　　　　D．-1

10、　　函数$\int_1^e xlnxdx$的定积分为（　A　）

A．$\frac{1}{4}(e^2+1)$　　　　　　B．$\frac{1}{4}(e^2-1)$

C．$\frac{1}{4}(e^2+2)$　　　　　　D．$\frac{1}{4}(e^2-2)$

二、计算题（共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

1．求$f(x)=\sqrt{x}$的导函数，并给出函数在点$x=1$处的导数。

解：$f'(x)=\lim\limits_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{h}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

函数在$x=1$处的导数为$f'(1)=\frac{1}{2}$

2．求函数$y=x^2$的微分。

解：$y'=\lim\limits_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-x^2}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{2xh+h^2}{h}=2x$

故$y=x^2$的微分$\mathrm{d}y=2xdx$。

3. 求曲线$x^2+xy+2y^2=8$上的点（2, 1）处的切线方程。

解：形式上，由方程$x^2+xy+2y^2=8$决定函数$y=y(x)$，即

$x^2+xy(x)+2y^2(x)\equiv 8$

将上式两端对 x 求导，有：

$2x+y+xy'+4yy'\equiv 0$

将$x=2, y=1$带入上式，得

$5+6y'=0$

故所求切线的斜率为

$k=\frac{dy}{dx}|_{(2,1)}=-\frac{5}{6}$

故所求的切线方程为

$y-1=-\frac{5}{6}(x-2)$

4. 求函数$y=xe^{-x}$的极值。

解：$$y'=(1-x)e^{-x}$$

$x=1$时，$y'=0$，$y=xe^{-x}$的驻点是$x=1$。

$y''=(x-2)e^{-x}$

$x=1$时，$y''=-e^{-1}<0$。

因此点$x=1$是函数$y=xe^{-x}$的极大值点，极大值为e^{-1}。

5. 计算$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} x\sin\frac{1}{y}$

解：当$x\to 0$且$y\to 0$时，x是无穷小量，$\left|\sin\frac{1}{y}\right|\le 1$, $\sin\frac{1}{y}$是有界量，故

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} x\sin\frac{1}{y} = 0$$

6. 设$z = e^u cosv$，其中$u = x^2 + y$, $v = xy$，求$\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial z}{\partial y}$

解：中间变量为u, v，由链式法则得：

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$= e^u cosv \cdot 2x + (-e^u sinv) \cdot y$$

$$= e^{x^2+y}(2xcosxy - ysinxy)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}$$

$$= e^u cosv \cdot 1 + (-e^u sinv) \cdot x$$

$$= e^{x^2+y}(cosxy - xsinxy)$$

7. 求$\int 2xe^{x^2} dx$

解：被积函数中的一个因子为$e^{x^2} = e^u, u = x^2$，剩下的因子$2x$恰好是中间变量$u = x^2$的导数，于是有

$$\int 2xe^{x^2} dx = \int e^{x^2} dx^2 = \int e^u du = e^u + C = e^{x^2} + C$$

8. 求$\int xcosxdx$

解：设$u = x, dv = cosxdx$，那么$du = dx, v = sinx$

$$\int xcosxdx = \int xdsinx = xsinx - \int sinxdx$$

$$= xsinx + cosx + C$$

9. 求$\int_0^1 ln(1-x)dx$

解：$\int_0^1 ln(1-x)dx = -\int_0^1 ln(1-x)d(1-x)$

$$= -(1-x)ln(1-x)\Big|_0^1 - \int_0^1 dx = -1$$

10. 计算反常积分$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{1+x^2}$

解：这是一个无穷区间上的反常积分，

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{1+x^2} = [arctanx]_{-\infty}^{+\infty}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} arctanx - \lim_{x\to-\infty} arctanx$$

$$= \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \pi$$

三、应用题（共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

1. 讨论函数$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$的单调性

解：$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$

当$x = -1, x = 3$时，$f'(x) = 0$。

$x \in (-\infty, -1)$时，$f'(x) > 0$，故$x \in (-\infty, -1]$时，$f(x)$单调增加；

$x \in (-1,3)$时，$f'(x) < 0$，故$x \in [-1,3]$时，$f(x)$单调减少；

$x \in (3, +\infty)$时，$f'(x) > 0$，故$x \in [3, +\infty)$时，$f(x)$单调增加。

2. 求椭圆$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$所围成的面积$(a > 0, b > 0)$。

解：根据椭圆图形的对称性，整个椭圆面积应为位于第一象限内面积的 4 倍，

$$A = 4\int_0^a ydx$$

为计算该积分，根据椭圆的参数方程

$$\begin{cases} x = acost \\ y = bsint \end{cases} \quad \left(0 \le t \le \frac{\pi}{2}\right)$$

令$x = acost$，则$y = bsint$，$dx = -asintdt$，且当x由 0 变到a时，t由$\frac{\pi}{2}$变到 0，故

$$A = 4\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} (bsint)(-asint)dt$$

$$= 4ab\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} sin^2 tdt$$

$$= 4ab \cdot \frac{(2-1)!!}{2!!} \cdot \frac{\pi}{2} = \pi ab$$